Drogi Uczniu

Będę podobnie jak w poprzednim tygodniu, materiał rozpisywać na poszczególne dni tygodnia – zgodnie z planem lekcji. **Jeżeli będą do wykonania prace dodatkowe, ćwiczenia lub prace do odesłania, to wyraźnie zaznaczę jakiego typu jest zadanie i jaki jest czas realizacji.**

Praca powinna być samodzielna, ale zawsze możesz skonsultować się z koleżankami czy kolegami oraz ze mną (przez dziennik lub na platformie Office 365).

Należy wybrać możliwie najlepszą dla siebie opcję odsyłania zadań:

1. Rozwiąż zadania na platformie Office 365

2. Zeskanuj rozwiązania i prześlij (platforma Office 365 lub dziennik)
3. Zrób zdjęcia rozwiązań i prześlij (platforma Office 365 lub dziennik).

• jestem dostępna na platformie Office 365 (spoko. edu.pl>szybki dostęp> Office 365> Teams>matematyka 6d, 2019/2020
• możesz się także skontaktować ze mną przez edziennik lub pocztę bgrzelczak@spoko.edu.pl

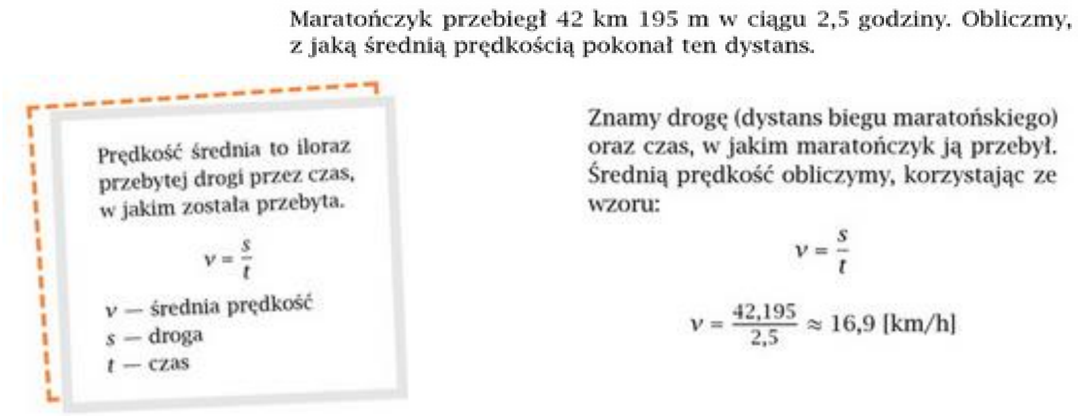
Jeżeli będziesz miał jakiekolwiek trudności, pytania, proszę o jak najszybszą wiadomość.

Barbara Grzelczak

01.04.2020

Temat: **Przekształcanie wzorów.**

Aby łatwiej obliczać wskazaną wielkość poznamy zasady wyznaczania danej wielkości (zmiennej) ze wzoru.



Maratończyk przebiegł 42 km 195 m w ciągu 2,5 godziny. Obliczmy, z jaką średnią prędkością pokonał ten dystans.

Prędkość średnia to iloraz przebytej drogi przez czas, w jakim została przebyta.

$$v = \frac{s}{t}$$

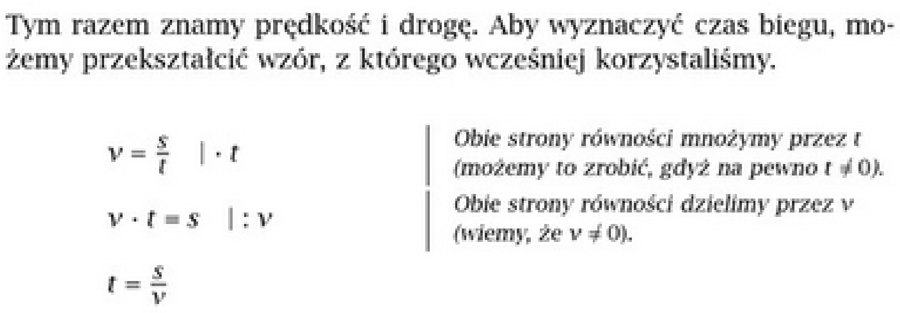
v — średnia prędkość
s — droga
t — czas

Znamy drogę (dystans biegu maratońskiego) oraz czas, w jakim maratończyk ją przebył. Średnią prędkość obliczymy, korzystając ze wzoru:

$$v = \frac{s}{t}$$

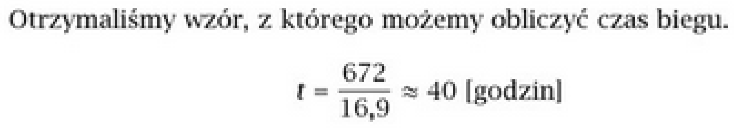
$$v = \frac{42{,}195}{2{,}5} \approx 16{,}9 \text{ [km/h]}$$

Wyobraźmy sobie, że maratończyk mógłby biec z taką prędkością z Zakopanego do Gdańska (czyli 672 km). Ile czasu zająłby mu bieg?



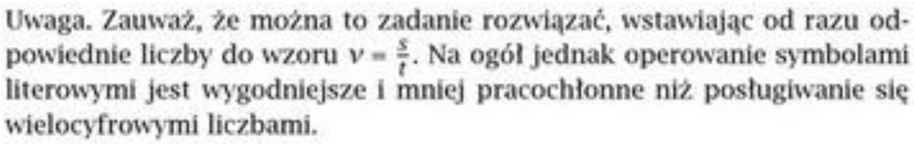
Tym razem znamy prędkość i drogę. Aby wyznaczyć czas biegu, możemy przekształcić wzór, z którego wcześniej korzystaliśmy.

$v = \frac{s}{t} \quad \vert \cdot t$	*Obie strony równości mnożymy przez t (możemy to zrobić, gdyż na pewno $t \neq 0$).*
$v \cdot t = s \quad \vert : v$	*Obie strony równości dzielimy przez v (wiemy, że $v \neq 0$).*
$t = \frac{s}{v}$	



Otrzymaliśmy wzór, z którego możemy obliczyć czas biegu.

$$t = \frac{672}{16{,}9} \approx 40 \text{ [godzin]}$$



Uwaga. Zauważ, że można to zadanie rozwiązać, wstawiając od razu odpowiednie liczby do wzoru $v = \frac{s}{t}$. Na ogół jednak operowanie symbolami literowymi jest wygodniejsze i mniej pracochłonne niż posługiwanie się wielocyfrowymi liczbami.

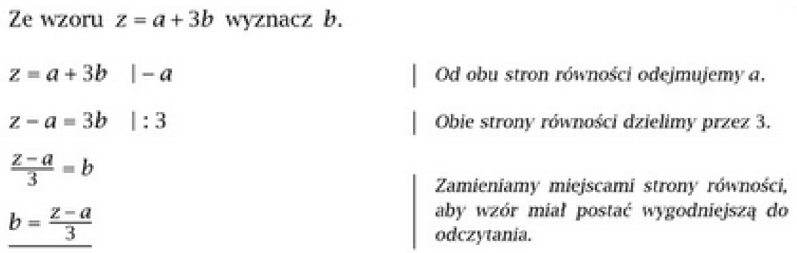
Przekształcając wzory, postępujemy podobnie jak przy rozwiązywaniu równań.

Możemy więc:

- do obu stron równości dodać(lub od nich odjąć) to samo wyrażenie,
- obie strony równości pomnożyć (lub podzielić) przez to samo wyrażenie (musimy przy tym wiedzieć, że wartość tego wyrażenia jest różna od zera lub przyjąć odpowiednie założenie).

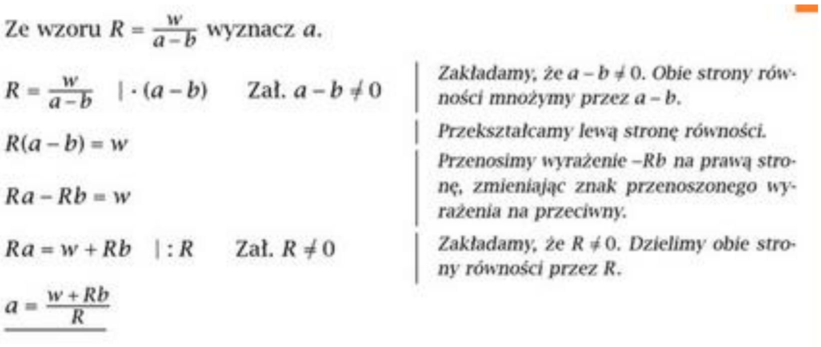
Uwaga. Przy przekształcaniu wzorów możemy przenosić dowolne wyrażenia na drugą stronę równości, zmieniając ich znak na przeciwny.

Przykłady:



Ze wzoru $z = a + 3b$ wyznacz b.

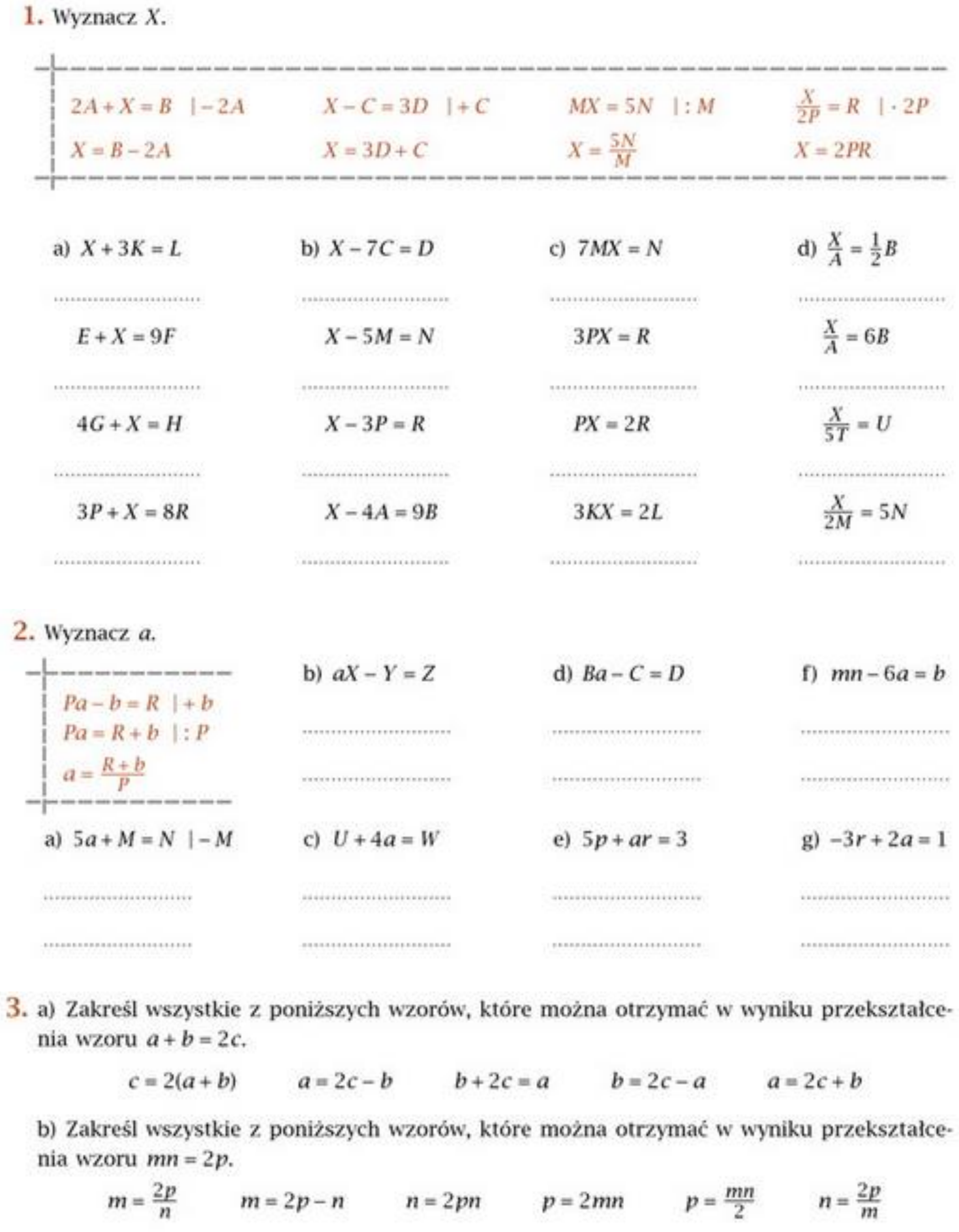
$z = a + 3b \quad \vert - a$	*Od obu stron równości odejmujemy a.*
$z - a = 3b \quad \vert : 3$	*Obie strony równości dzielimy przez 3.*
$\frac{z-a}{3} = b$	
$\underline{b = \frac{z-a}{3}}$	*Zamieniamy miejscami strony równości, aby wzór miał postać wygodniejszą do odczytania.*



Ze wzoru $R = \frac{w}{a-b}$ wyznacz a.

$R = \frac{w}{a-b} \quad \mid \cdot (a-b) \qquad$ Zał. $a - b \neq 0$	*Zakładamy, że $a - b \neq 0$. Obie strony równości mnożymy przez $a - b$.*
$R(a-b) = w$	*Przekształcamy lewą stronę równości.*
$Ra - Rb = w$	*Przenosimy wyrażenie $-Rb$ na prawą stronę, zmieniając znak przenoszonego wyrażenia na przeciwny.*
$Ra = w + Rb \quad \mid : R \qquad$ Zał. $R \neq 0$	*Zakładamy, że $R \neq 0$. Dzielimy obie strony równości przez R.*
$\underline{a = \frac{w + Rb}{R}}$	

Obliczenia wykonaj w zeszycie ćwiczeń lub w zeszycie, albo na kartce (ćwiczenia str. 89)



1. Wyznacz X.

$2A + X = B \quad \mid -2A$
$X = B - 2A$

$X - C = 3D \quad \mid +C$
$X = 3D + C$

$MX = 5N \quad \mid : M$
$X = \frac{5N}{M}$

$\frac{X}{2P} = R \quad \mid \cdot 2P$
$X = 2PR$

a) $X + 3K = L$
....
$E + X = 9F$
....
$4G + X = H$
....
$3P + X = 8R$
....

b) $X - 7C = D$
....
$X - 5M = N$
....
$X - 3P = R$
....
$X - 4A = 9B$
....

c) $7MX = N$
....
$3PX = R$
....
$PX = 2R$
....
$3KX = 2L$
....

d) $\frac{X}{A} = \frac{1}{2}B$
....
$\frac{X}{A} = 6B$
....
$\frac{X}{5T} = U$
....
$\frac{X}{2M} = 5N$
....

2. Wyznacz a.

$Pa - b = R \quad \mid +b$
$Pa = R + b \quad \mid : P$
$a = \frac{R+b}{P}$

a) $5a + M = N \quad \mid -M$
....
....

b) $aX - Y = Z$
....
....

c) $U + 4a = W$
....
....

d) $Ba - C = D$
....
....

e) $5p + ar = 3$
....
....

f) $mn - 6a = b$
....
....

g) $-3r + 2a = 1$
....
....

3. a) Zakreśl wszystkie z poniższych wzorów, które można otrzymać w wyniku przekształcenia wzoru $a + b = 2c$.

$c = 2(a+b) \qquad a = 2c - b \qquad b + 2c = a \qquad b = 2c - a \qquad a = 2c + b$

b) Zakreśl wszystkie z poniższych wzorów, które można otrzymać w wyniku przekształcenia wzoru $mn = 2p$.

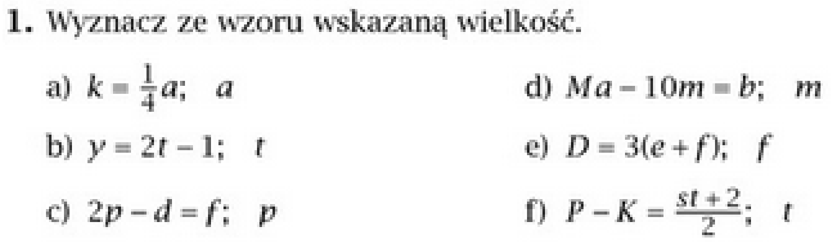
$m = \frac{2p}{n} \qquad m = 2p - n \qquad n = 2pn \qquad p = 2mn \qquad p = \frac{mn}{2} \qquad n = \frac{2p}{m}$

02.04.2020

Temat: **Utrwalenie przekształcania wzorów.**

Celem jest utrwalenie umiejętności przekształcania wzorów.

Zadania są z podręcznika. Rozwiązujemy w zeszycie lub na kartce. Sprawdzamy prawidłowość przekształceń. (str.210-211)



1. Wyznacz ze wzoru wskazaną wielkość.

a) $k = \frac{1}{4}a$; a

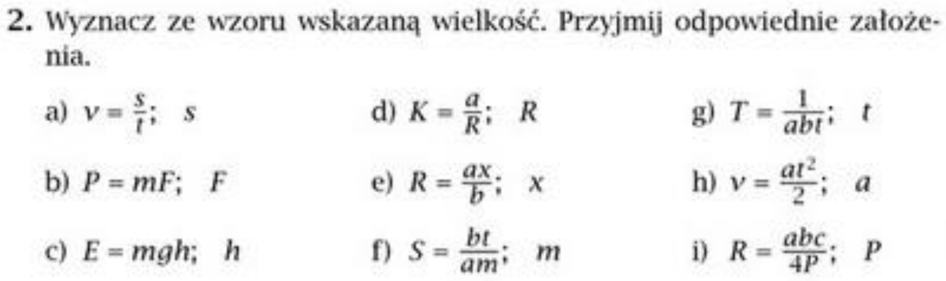
b) $y = 2t - 1$; t

c) $2p - d = f$; p

d) $Ma - 10m = b$; m

e) $D = 3(e + f)$; f

f) $P - K = \frac{st + 2}{2}$; t



2. Wyznacz ze wzoru wskazaną wielkość. Przyjmij odpowiednie założenia.

a) $v = \frac{s}{t}$; s

b) $P = mF$; F

c) $E = mgh$; h

d) $K = \frac{a}{R}$; R

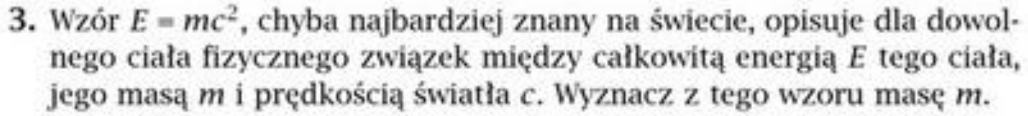
e) $R = \frac{ax}{b}$; x

f) $S = \frac{bt}{am}$; m

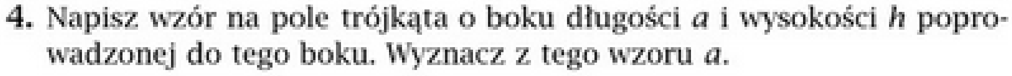
g) $T = \frac{1}{abt}$; t

h) $v = \frac{at^2}{2}$; a

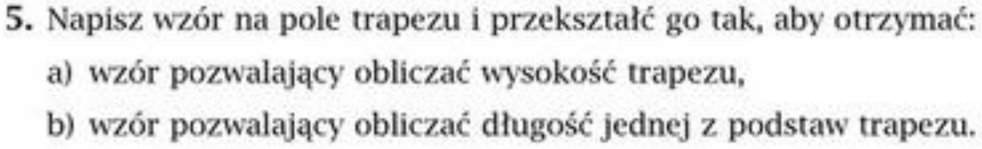
i) $R = \frac{abc}{4P}$; P



3. Wzór $E = mc^2$, chyba najbardziej znany na świecie, opisuje dla dowolnego ciała fizycznego związek między całkowitą energią E tego ciała, jego masą m i prędkością światła c. Wyznacz z tego wzoru masę m.



4. Napisz wzór na pole trójkąta o boku długości a i wysokości h poprowadzonej do tego boku. Wyznacz z tego wzoru a.



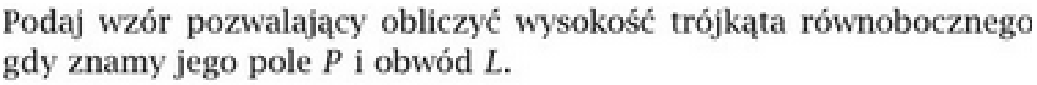
5. Napisz wzór na pole trapezu i przekształć go tak, aby otrzymać:

a) wzór pozwalający obliczać wysokość trapezu,

b) wzór pozwalający obliczać długość jednej z podstaw trapezu.

6. Równość $♥ = \frac{♣ + ♠}{♦}$ przekształć tak, aby wyznaczyć ♦.

Dla chętnych:



Podaj wzór pozwalający obliczyć wysokość trójkąta równobocznego gdy znamy jego pole P i obwód L.

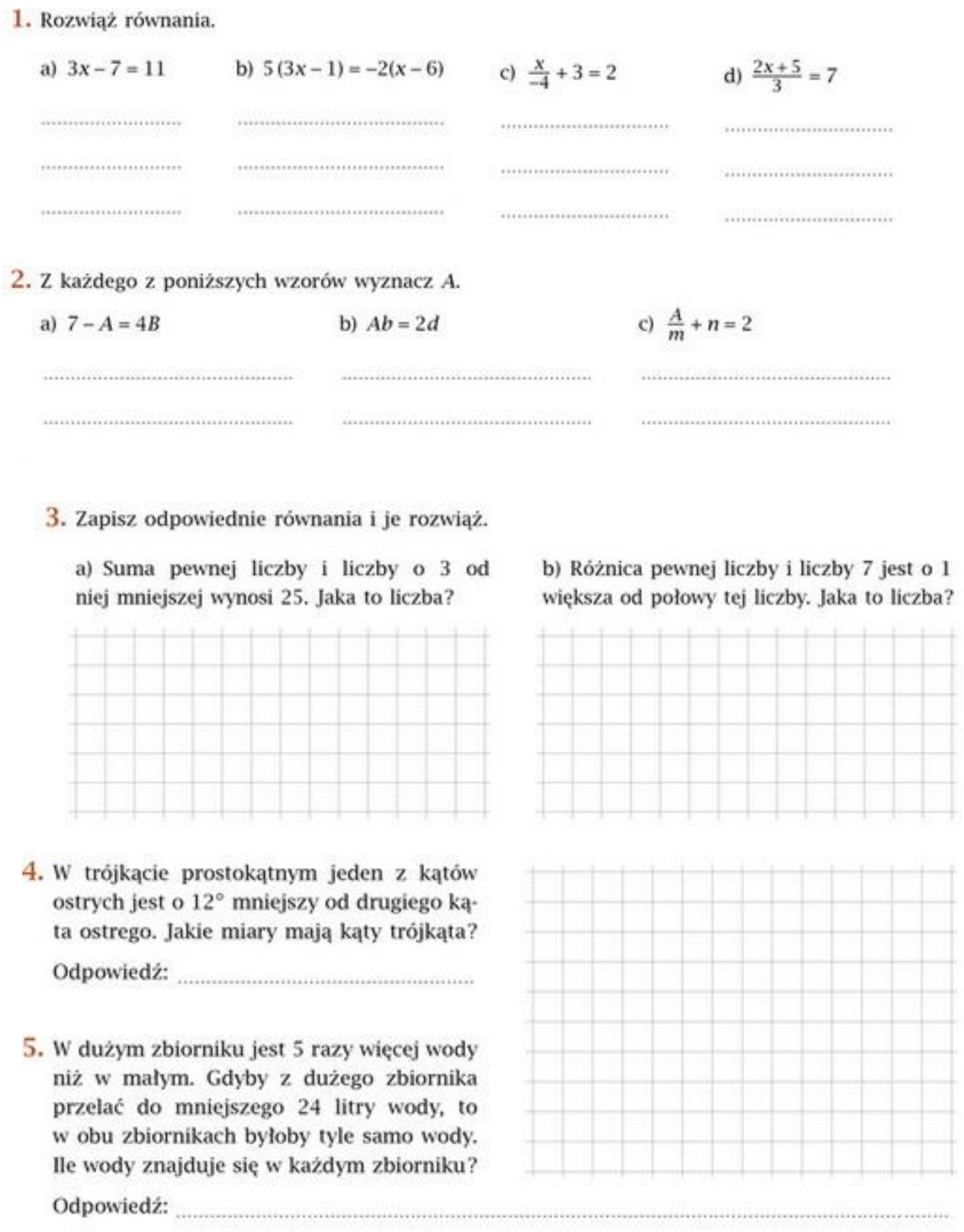
03.04.2020,   06.04.2020

Temat: **Powtórzenie wiadomości – równania.**

Rozwiążemy równania i powtórzymy wiadomości z działu równania.

Zadania z ćwiczeń oraz podręcznika.

Ćwiczenia (str.90)



1. Rozwiąż równania.

a) $3x-7=11$

b) $5(3x-1)=-2(x-6)$

c) $\frac{x}{-4}+3=2$

d) $\frac{2x+5}{3}=7$

2. Z każdego z poniższych wzorów wyznacz A.

a) $7-A=4B$

b) $Ab=2d$

c) $\frac{A}{m}+n=2$

3. Zapisz odpowiednie równania i je rozwiąż.

a) Suma pewnej liczby i liczby o 3 od niej mniejszej wynosi 25. Jaka to liczba?

b) Różnica pewnej liczby i liczby 7 jest o 1 większa od połowy tej liczby. Jaka to liczba?

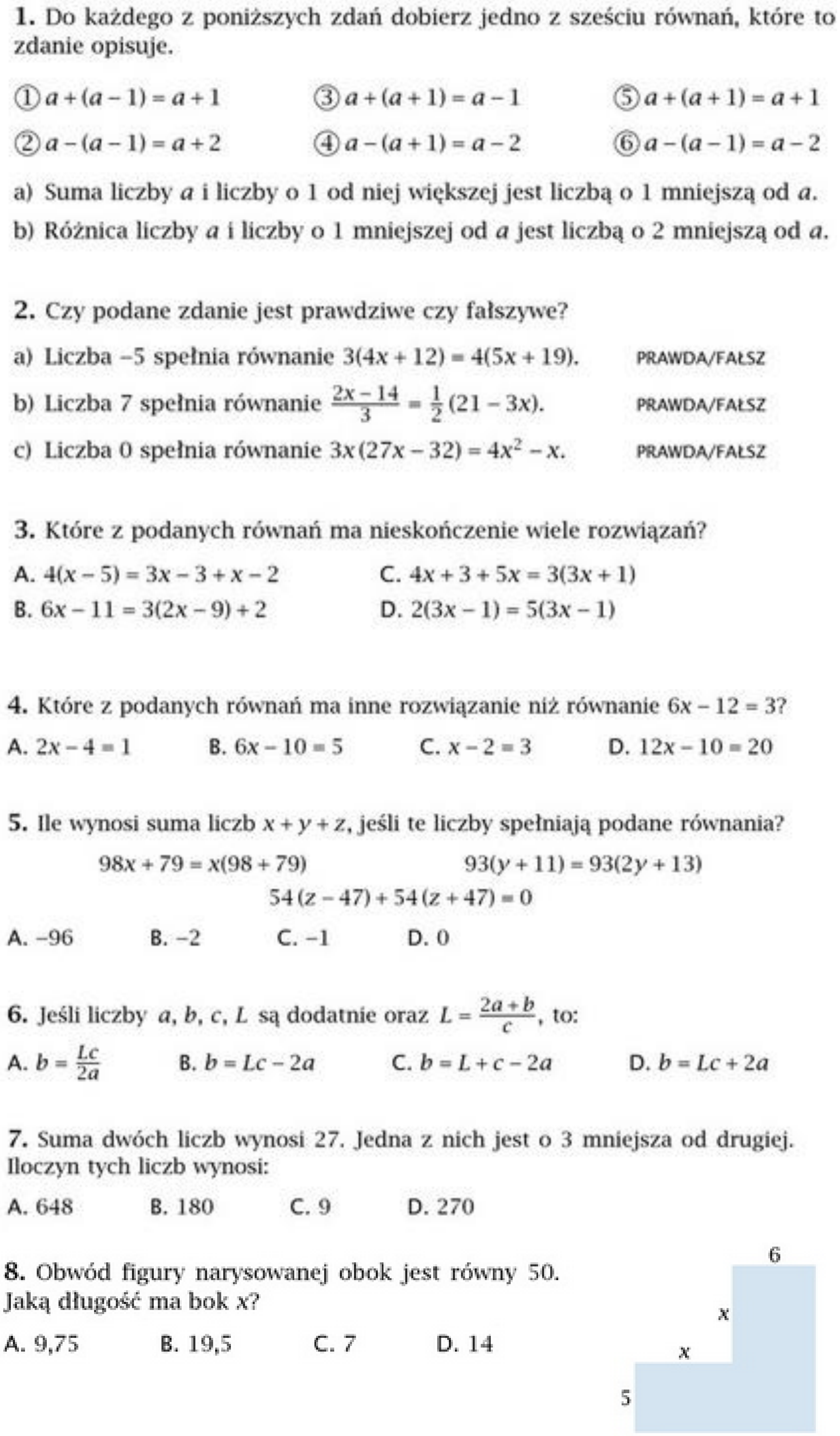
4. W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych jest o 12° mniejszy od drugiego kąta ostrego. Jakie miary mają kąty trójkąta?

Odpowiedź: ……………………………………………

5. W dużym zbiorniku jest 5 razy więcej wody niż w małym. Gdyby z dużego zbiornika przelać do mniejszego 24 litry wody, to w obu zbiornikach byłoby tyle samo wody. Ile wody znajduje się w każdym zbiorniku?

Odpowiedź: ……………………………………………

Podręcznik str.212-213



1. Do każdego z poniższych zdań dobierz jedno z sześciu równań, które to zdanie opisuje.

① $a+(a-1)=a+1$	③ $a+(a+1)=a-1$	⑤ $a+(a+1)=a+1$
② $a-(a-1)=a+2$	④ $a-(a+1)=a-2$	⑥ $a-(a-1)=a-2$

a) Suma liczby a i liczby o 1 od niej większej jest liczbą o 1 mniejszą od a.

b) Różnica liczby a i liczby o 1 mniejszej od a jest liczbą o 2 mniejszą od a.

2. Czy podane zdanie jest prawdziwe czy fałszywe?

a) Liczba -5 spełnia równanie $3(4x+12)=4(5x+19)$. PRAWDA/FAŁSZ

b) Liczba 7 spełnia równanie $\frac{2x-14}{3}=\frac{1}{2}(21-3x)$. PRAWDA/FAŁSZ

c) Liczba 0 spełnia równanie $3x(27x-32)=4x^2-x$. PRAWDA/FAŁSZ

3. Które z podanych równań ma nieskończenie wiele rozwiązań?

A. $4(x-5)=3x-3+x-2$

B. $6x-11=3(2x-9)+2$

C. $4x+3+5x=3(3x+1)$

D. $2(3x-1)=5(3x-1)$

4. Które z podanych równań ma inne rozwiązanie niż równanie $6x-12=3$?

A. $2x-4=1$ B. $6x-10=5$ C. $x-2=3$ D. $12x-10=20$

5. Ile wynosi suma liczb $x+y+z$, jeśli te liczby spełniają podane równania?

$$98x+79=x(98+79) \qquad 93(y+11)=93(2y+13)$$
$$54(z-47)+54(z+47)=0$$

A. -96 B. -2 C. -1 D. 0

6. Jeśli liczby a, b, c, L są dodatnie oraz $L=\frac{2a+b}{c}$, to:

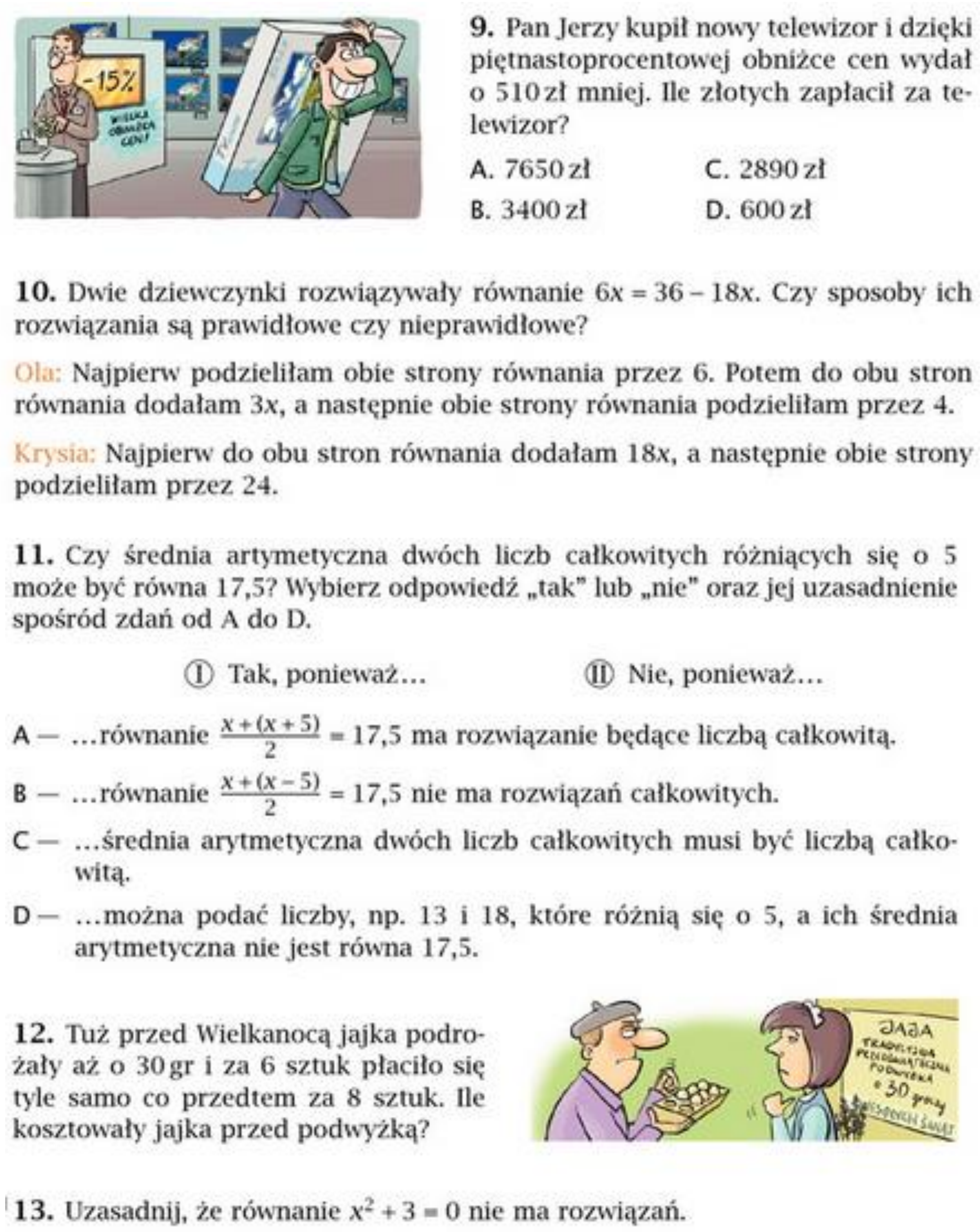
A. $b=\frac{Lc}{2a}$ B. $b=Lc-2a$ C. $b=L+c-2a$ D. $b=Lc+2a$

7. Suma dwóch liczb wynosi 27. Jedna z nich jest o 3 mniejsza od drugiej. Iloczyn tych liczb wynosi:

A. 648 B. 180 C. 9 D. 270

8. Obwód figury narysowanej obok jest równy 50. Jaką długość ma bok x?

A. 9,75 B. 19,5 C. 7 D. 14



9. Pan Jerzy kupił nowy telewizor i dzięki piętnastoprocentowej obniżce cen wydał o 510 zł mniej. Ile złotych zapłacił za telewizor?

A. 7650 zł
B. 3400 zł
C. 2890 zł
D. 600 zł

10. Dwie dziewczynki rozwiązywały równanie $6x = 36 - 18x$. Czy sposoby ich rozwiązania są prawidłowe czy nieprawidłowe?

Ola: Najpierw podzieliłam obie strony równania przez 6. Potem do obu stron równania dodałam $3x$, a następnie obie strony równania podzieliłam przez 4.

Krysia: Najpierw do obu stron równania dodałam $18x$, a następnie obie strony podzieliłam przez 24.

11. Czy średnia arytmetyczna dwóch liczb całkowitych różniących się o 5 może być równa 17,5? Wybierz odpowiedź „tak” lub „nie” oraz jej uzasadnienie spośród zdań od A do D.

Ⅰ Tak, ponieważ… Ⅱ Nie, ponieważ…

A — …równanie $\frac{x + (x + 5)}{2} = 17{,}5$ ma rozwiązanie będące liczbą całkowitą.
B — …równanie $\frac{x + (x - 5)}{2} = 17{,}5$ nie ma rozwiązań całkowitych.
C — …średnia arytmetyczna dwóch liczb całkowitych musi być liczbą całkowitą.
D — …można podać liczby, np. 13 i 18, które różnią się o 5, a ich średnia arytmetyczna nie jest równa 17,5.

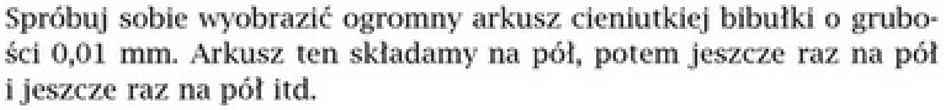
12. Tuż przed Wielkanocą jajka podrożały aż o 30 gr i za 6 sztuk płaciło się tyle samo co przedtem za 8 sztuk. Ile kosztowały jajka przed podwyżką?

13. Uzasadnij, że równanie $x^2 + 3 = 0$ nie ma rozwiązań.

07.04.2020

Temat: **Potęga o wykładniku naturalnym.**

Celem lekcji jest zamiana iloczynu powtarzających się czynników na potęgę.



Spróbuj sobie wyobrazić ogromny arkusz cieniutkiej bibułki o grubości 0,01 mm. Arkusz ten składamy na pół, potem jeszcze raz na pół i jeszcze raz na pół itd.

Po pierwszym złożeniu bibułka składałaby się z dwóch warstw i jej grubość wynosiłaby:

$$2 \cdot 0{,}01 \text{ mm}$$

Po drugim złożeniu grubość otrzymanej bibułki byłaby 2 razy większa od poprzedniej:

$$2 \cdot 2 \cdot 0{,}01 \text{ mm}$$

Po trzecim złożeniu grubość bibułki byłaby znowu 2 razy większa i wynosiłaby:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0{,}01 \text{ mm}$$

Grubość bibułki po dziesiątym złożeniu to:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0{,}01 \text{ mm}$$

W powyższych wyrażeniach występują iloczyny takich samych czynników. Takie iloczyny można zapisać krócej w postaci potęgi.

$2 \cdot 2 = 2^2$	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10}$
$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
czytamy: *dwa do potęgi drugiej*	czytamy: *dwa do potęgi trzeciej*	czytamy: *dwa do potęgi dziesiątej*

ĆWICZENIE. Zapisz za pomocą potęgi liczby 2, jaką grubość miałaby bibułka, gdybyśmy złożyli ją 23 razy, a jaką — gdybyśmy ją złożyli 50 razy.

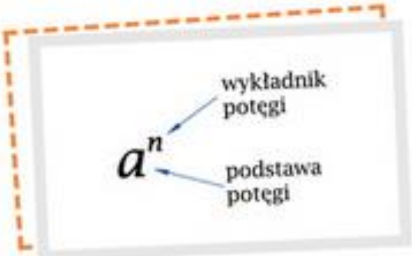
Przypuśćmy, że możliwe byłoby złożenie bibułki 50 razy. Jak myślisz, z czym można byłoby porównać grubość otrzymanej w ten sposób bibułki — z długością ołówka, ze wzrostem człowieka, a może z odległością z Gdańska do Warszawy? Okazuje się, że złożona bibułka miałaby grubość ponad 25 razy większą niż odległość z Ziemi do Księżyca!

$2^9 = 512$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
$2^{10} = 1024$	$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$
$2^{11} = 2048$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$
$2^{12} = 4096$	$\left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{1}{128}$

W języku polskim słowo *potęga* jest równoznaczne z wielkością, siłą, mocą. Nie bez powodu wielokrotne mnożenie przez siebie takiego samego czynnika zostało nazwane potęgowaniem.

Obliczając kolejne potęgi liczby 2, bardzo szybko otrzymujemy ogromne liczby. Zauważ, że obliczając kolejne potęgi ułamka $\frac{1}{2}$, otrzymujemy coraz mniejsze liczby.

Gdy n jest liczbą naturalną większą od 1, to iloczyn n jednakowych czynników równych a oznaczamy a^n i nazywamy potęgą liczby a o wykładniku n.

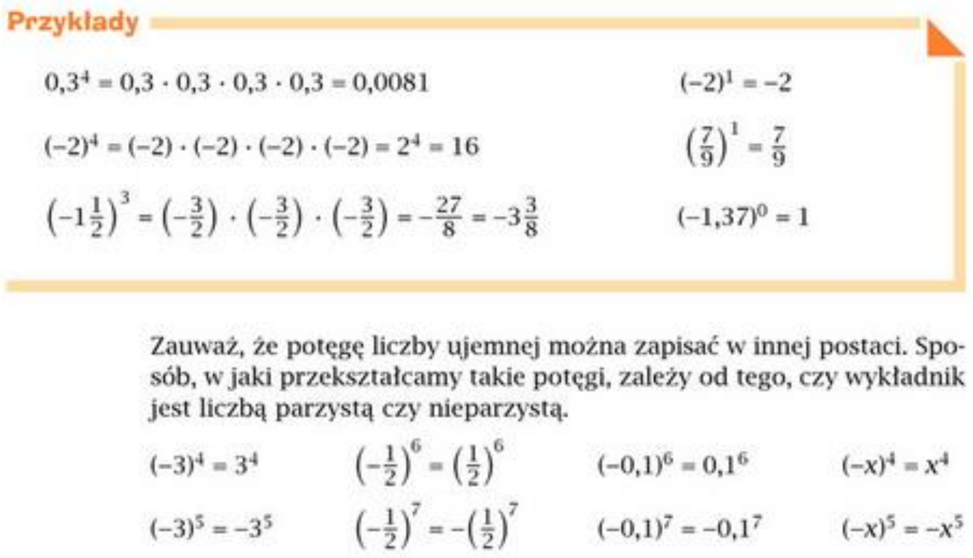


$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ czynników}}$$

Przyjmujemy ponadto, że:

$$a^1 = a \quad \text{oraz} \quad a^0 = 1 \text{ dla } a \neq 0$$

Uwaga. Wartość potęgi 0^0 nie jest określona, tzn. zapis 0^0 nie oznacza żadnej liczby.



Przykłady

$0{,}3^4 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}0081$ $(-2)^1 = -2$

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 2^4 = 16$ $\left(\frac{7}{9}\right)^1 = \frac{7}{9}$

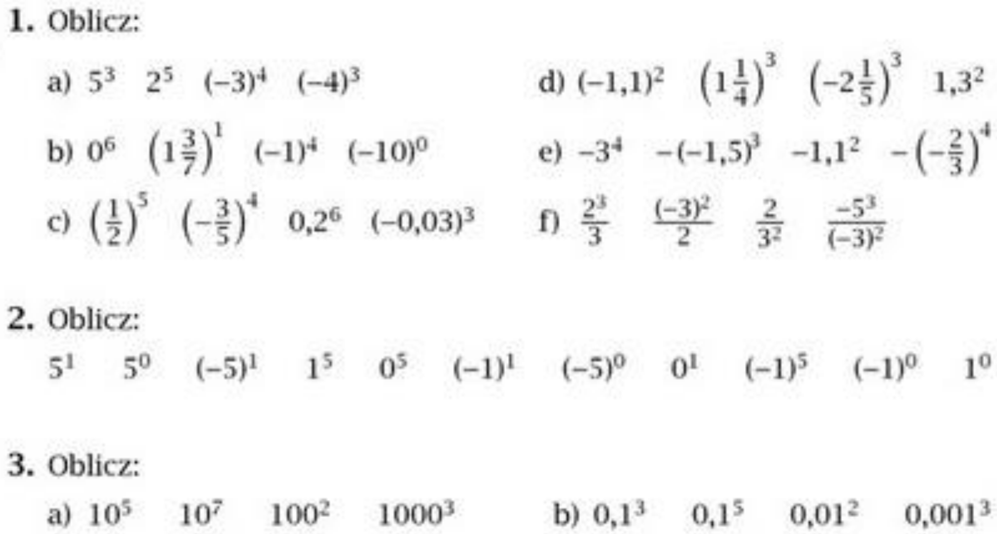
$\left(-1\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8}$ $(-1{,}37)^0 = 1$

Zauważ, że potęgę liczby ujemnej można zapisać w innej postaci. Sposób, w jaki przekształcamy takie potęgi, zależy od tego, czy wykładnik jest liczbą parzystą czy nieparzystą.

$(-3)^4 = 3^4$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$ $(-0{,}1)^6 = 0{,}1^6$ $(-x)^4 = x^4$

$(-3)^5 = -3^5$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^7 = -\left(\frac{1}{2}\right)^7$ $(-0{,}1)^7 = -0{,}1^7$ $(-x)^5 = -x^5$

Oblicz wykonując obliczenia w zeszycie:



1. Oblicz:

a) 5^3 2^5 $(-3)^4$ $(-4)^3$

b) 0^6 $\left(1\frac{3}{7}\right)^1$ $(-1)^4$ $(-10)^0$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$ $0{,}2^6$ $(-0{,}03)^3$

d) $(-1{,}1)^2$ $\left(1\frac{1}{4}\right)^3$ $\left(-2\frac{1}{5}\right)^3$ $1{,}3^2$

e) -3^4 $-(-1{,}5)^3$ $-1{,}1^2$ $-\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

f) $\frac{2^3}{3}$ $\frac{(-3)^2}{2}$ $\frac{2}{3^2}$ $\frac{-5^3}{(-3)^2}$

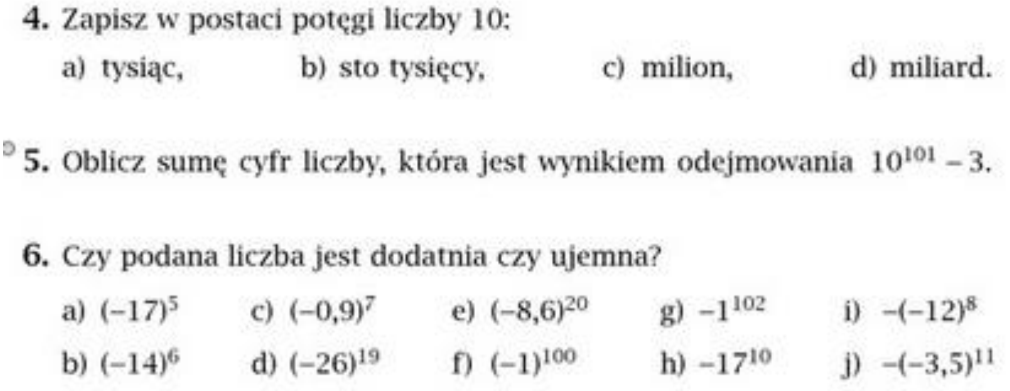
2. Oblicz:

5^1 5^0 $(-5)^1$ 1^5 0^5 $(-1)^1$ $(-5)^0$ 0^1 $(-1)^5$ $(-1)^0$ 1^0

3. Oblicz:

a) 10^5 10^7 100^2 1000^3

b) $0{,}1^3$ $0{,}1^5$ $0{,}01^2$ $0{,}001^3$



4. Zapisz w postaci potęgi liczby 10:

a) tysiąc, b) sto tysięcy, c) milion, d) miliard.

5. Oblicz sumę cyfr liczby, która jest wynikiem odejmowania $10^{101} - 3$.

6. Czy podana liczba jest dodatnia czy ujemna?

a) $(-17)^5$ c) $(-0{,}9)^7$ e) $(-8{,}6)^{20}$ g) -1^{102} i) $-(-12)^8$

b) $(-14)^6$ d) $(-26)^{19}$ f) $(-1)^{100}$ h) -17^{10} j) $-(-3{,}5)^{11}$